

追検査

受検番号	第	番
------	---	---

令和4年度学力検査問題

数 学 [学校選択問題] (10時35分~11時25分)
(50分間)

注 意

1 解答用紙について

- (1) 解答用紙は1枚で、問題用紙にはさんであります。
- (2) 係の先生の指示に従って、所定の欄2か所に受検番号を書きなさい。
- (3) 答えはすべて解答用紙のきめられたところに、はっきりと書きなさい。
- (4) 解答用紙は切りはなしてはいけません。
- (5) 解答用紙の※印は集計のためのもので、解答には関係ありません。

2 問題用紙について

- (1) 表紙の所定の欄に受検番号を書きなさい。
- (2) 問題は全部で5問あり、表紙を除いて10ページです。
- (3) 問題用紙の余白を利用して、計算したり、図をかいたりしてもかまいません。

3 解答について

- (1) 答えに根号を含む場合は、根号をつけたままで答えなさい。
 - (2) 答えに円周率を含む場合は、 π を用いて答えなさい。
- 印刷のはっきりしないところは、手をあげて係の先生に聞きなさい。

1 次の各問に答えなさい。(44点)

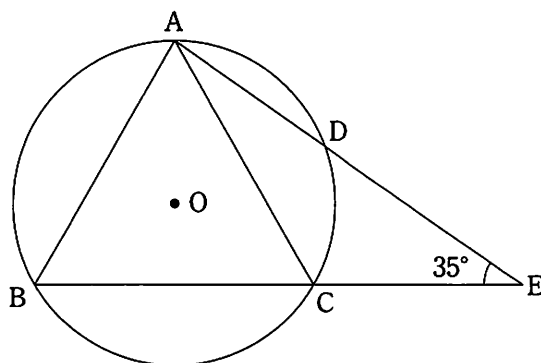
(1) $6\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y\right) - 4(-x + 2y)$ を計算しなさい。(4点)

(2) $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ のとき, $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ の値を求めなさい。(4点)

(3) 関数 $y = -x^2$ について, x の値が a から $a+2$ まで増加するときの変化の割合が, 一次関数 $y = 8x + 1$ の変化の割合と等しくなりました。このとき, a の値を求めなさい。
(4点)

(4) x についての2次方程式 $x^2 - (a+1)x + a^2 + a - 9 = 0$ の解の1つが a であるとき, a の値ともう1つの解を求めなさい。ただし, a は正の数とします。(4点)

(5) 右の図において, $\triangle ABC$ は正三角形であり, 頂点 A, B, C は円 O の円周上にあります。図のように, \widehat{AC} 上に点 D をとり, 直線 AD と直線 BC との交点を E とします。 $\angle AEC = 35^\circ$ のとき, \widehat{AD} と \widehat{DC} の長さの比を求めなさい。(4点)



- (6) a グラムの封筒の中に 1 枚 b グラムの便せん 3 枚を入れて合計の重さを量ったところ、24 グラムでした。この値が小数第 1 位を四捨五入したものとすると、封筒と 3 枚の便せんの合計の重さを文字式で表し、その真の値の範囲を、不等号を使って表しなさい。(4 点)

- (7) 次の表は、ある陸上競技大会の 100 m 走の予選の結果を度数分布表に表したものです。表中の , にあてはまる値を求めなさい。(4 点)

記録(秒)	度数(人)	相対度数	累積相対度数
以上 未満			
10.2 ~ 10.3	2	0.05	0.05
10.3 ~ 10.4	8	0.20	<input type="text"/>
10.4 ~ 10.5	6	0.15	<input type="text"/>
10.5 ~ 10.6	10	0.25	<input type="text" value="イ"/>
10.6 ~ 10.7	6	0.15	<input type="text"/>
10.7 ~ 10.8	6	0.15	<input type="text"/>
10.8 ~ 10.9	2	0.05	<input type="text"/>
合計	40	<input type="text" value="ア"/>	

- (8) ある店で販売しているカレーパンと焼きそばパンについて、ある日の売れ行きを調べたところ、午前中は、この日に店頭に出したこれらのパンの総数の 30 % にあたる 69 個が売れました。また、この日全体では、店頭に出したカレーパンの数の 90 %、焼きそばパンの数の 95 % が売れて、残ったパンの合計は 19 個でした。このとき、残ったカレーパンの数を求めなさい。(5 点)

- (9) 数直線上の原点に点 P があり, 1 から 6 までの目が出る 1 つのさいころを投げ, 次のルールにしたがって点 P を移動させます。さいころを 2 回投げるとき, 点 P と原点との距離が 3 以下になる確率を求めなさい。

ただし, さいころはどの目が出ることも同様に確からしいものとします。(5 点)

ルール

1. 1, 3, 5 の目が出たとき, 出た目の数だけ正の方向に点 P を移動させる。
2. 2, 4, 6 の目が出たとき, 出た目の数の半分だけ負の方向に点 P を移動させる。

- (10) A さんは, 横の長さが縦の長さより 2 cm 長い長方形の紙を使って, ふたのない直方体の容器をつくろうとしました。図 1 のように, この長方形の四すみから 1 辺が 3 cm の正方形を切り取り, 図 2 のように組み立てたとき, 容積は 57 cm^3 になりました。このとき, はじめの紙の縦の長さを, 途中の説明も書いて求めなさい。

ただし, 紙の厚さは考えないものとします。(6 点)

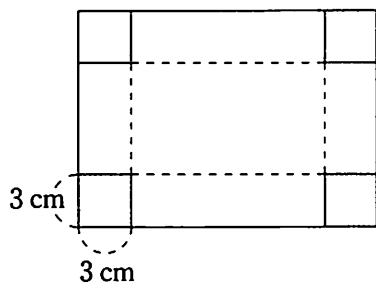


図 1

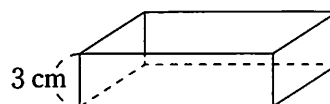
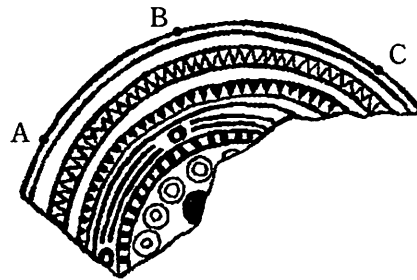


図 2

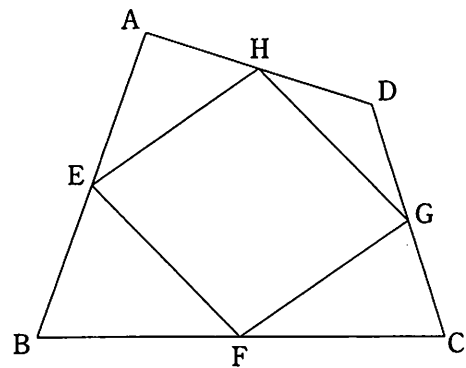
2 次の各問に答えなさい。(12点)

(1) 下の図は、ある遺跡から発掘された銅鏡の一部で、3点A, B, Cを、もとの銅鏡の形を円とみなしたときの円周上の点とします。このときの銅鏡の中心Oをコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし、作図するためにかいた線は、消さないでおきなさい。(5点)



(2) 右の図のように、四角形ABCDの辺AB, BC, CD, DAの中点をそれぞれ点E, F, G, Hとします。このとき、四角形EFGHは平行四辺形になることを証明しなさい。また、四角形EFGHがひし形になるための条件を、次のア~エの中から一つ選び、その記号を書きなさい。(7点)



- ア $AB = CD$
- イ $AC = BD$
- ウ $AB \parallel CD$
- エ $AC \perp BD$

3 次は、AさんとBさんの会話です。これを読んで、あとの各問に答えなさい。(10点)

Aさん 「次の確率の問題を解いたときに、気づいたことがあるよ。」

1から6までの目が出る1つのさいころを2回投げるとき、出た目の数の積が奇数になる確率を求めなさい。

Bさん 「どんなことに気づいたの。」

Aさん 「この問題を解くために右のような表をつくって、奇数になるのは9通りであることを調べたら、出た目が奇数と奇数のときに必ず積が奇数になっていることに気づいたんだ。」

	1	2	3	4	5	6
1	①	2	③	4	⑤	6
2	2	4	6	8	10	12
3	③	6	⑨	12	⑮	18
4	4	8	12	16	20	24
5	⑤	10	⑮	20	⑳	30
6	6	12	18	24	30	36

Bさん 「本当だ。奇数と奇数の積はどれも奇数になっているね。奇数と奇数であれば1, 3, 5以外でも成り立つのかな。」

Aさん 「例えば、7と9の場合は、 $7 \times 9 = 63$ だから奇数になるね。どんな2つの奇数の組み合わせでも成り立つことを文字式を使って証明できないかな。」

Bさん 「できそうだね。2つの奇数の積は奇数になることを証明してみよう。」

Aさん 「この証明ではどうだろう。」

(Aさんの考えた証明)

n を整数とすると、2つの奇数は $2n + 1$ 、 $2n + 3$ と表される。

したがって、2つの奇数の積は

$$(2n + 1)(2n + 3)$$

$$= 4n^2 + 8n + 3$$

$$= 2(2n^2 + 4n + 1) + 1$$

となる。 $2n^2 + 4n + 1$ は整数であるから、 $2(2n^2 + 4n + 1) + 1$ は奇数である。

したがって、2つの奇数の積は奇数になる。

Bさん 「この証明では、7と11などの場合は証明できていないから、不十分だと思うよ。」

Aさん 「確かに、この証明では不十分だね。これだと7と9のように ア の場合しか証明できていないね。」

(1)

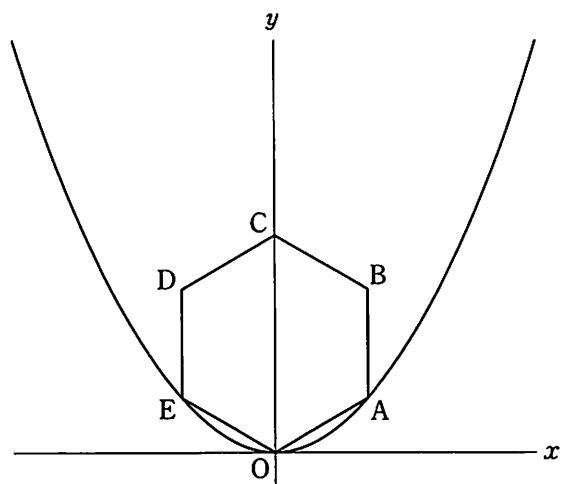
ア

 にあてはまることばを書きなさい。(4点)

(2) 下線部について、2つの奇数の積は奇数になることを証明しなさい。(6点)

- 4 右の図で、曲線は関数 $y = ax^2$ ($a > 0$) のグラフです。また、六角形 OABCDE は、図のように、原点 O と y 軸上の点 C、曲線上の 2 点 A、E を頂点とする正六角形です。この正六角形の 1 辺の長さを k cm とするとき、次の各問に答えなさい。
ただし、座標軸の単位の長さを 1 cm とします。

(16 点)

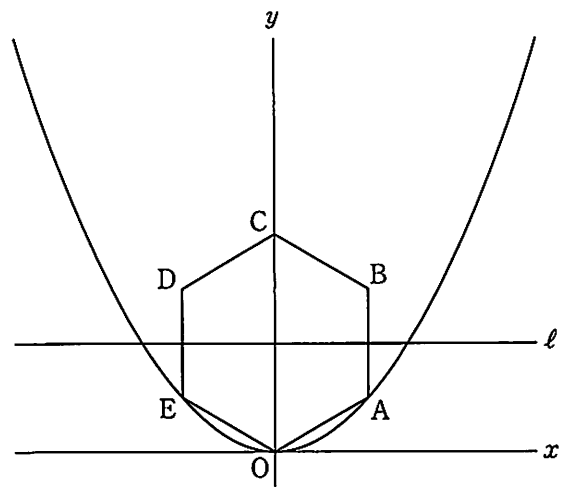


- (1) k の値を、 a を使って表しなさい。また、直線 BC の式を a を使って表しなさい。(5 点)

- (2) a の値を p 倍したところ、正六角形 OABCDE の面積は 6 倍になりました。このときの p の値を求めなさい。

ただし、 p は正の数とします。(5 点)

- (3) 右の図のように、直線 $y = k$ を ℓ とします。正六角形 $OABCDE$ を、 y 軸を軸として1回転してできる立体の体積を V 、正六角形 $OABCDE$ を、直線 ℓ を軸として1回転してできる立体の体積を W とするとき、 W は V の何倍になるかを、途中の説明も書いて求めなさい。(6点)



5 右の図1のように、1辺の長さが4 cmの立方体 $ABCD-EFGH$ の容器の中に半径1 cmの球が4個入っています。4個の球はすべて底面 $ABCD$ に接し、それぞれの球はほかの2個の球と2つの側面に接しています。

このとき、次の各問に答えなさい。

ただし、容器の厚さは考えないものとします。

(18点)

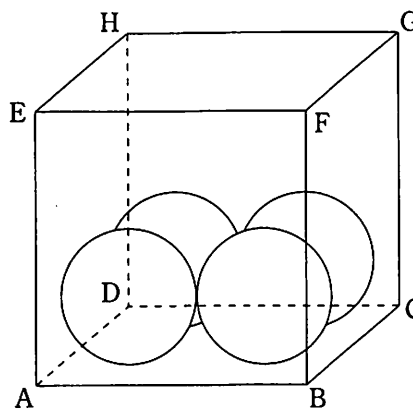


図1

(1) 右の図2のように、中心が頂点 A に最も近い球の表面上を動く点 P をとります。

線分 AP が最も短くなるときの AP の長さを、途中の説明も書いて求めなさい。(6点)

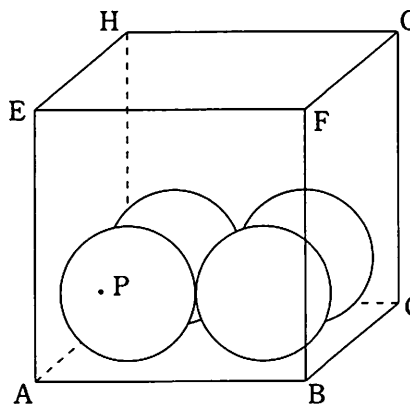


図2

- (2) 右の図3のように、4個の球に接し、面EFGHに接する球をXとすると、球Xの半径の長さを求めなさい。(6点)

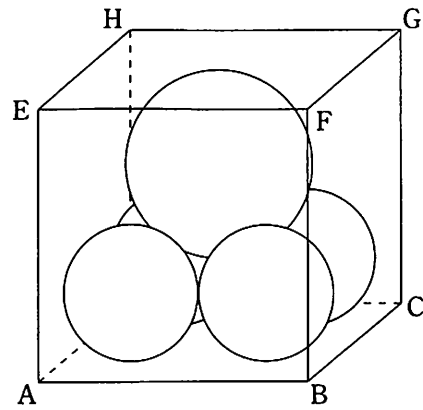


図3

- (3) 図1の4個の球の中から1個の球を取り出し、残りの3個の球は底面ABCDに接したまま立方体の内部を動くとき、3個の球の中心について、それぞれの間の距離を x cm, y cm, z cm とします。

3個の球のうち、1個の球は立方体の2つの側面ABFE, ADHEに接し、ほかの2個の球はそれぞれ側面BCGF, CDHGに1個ずつ接している場合、 $x = y = z$ となるときの x の値を求めなさい。(6点)

(以上で問題は終わりです。)

1

(1) *	(2) *	(3) *
		$a =$
(4) *	(5) *	
$a =$	もう1つの解	$\widehat{AD} : \widehat{DC} =$:
(6) *	(7) *	
	ア	イ
(8) *	(9) *	
個		
(10) *		
(説明)		
答え		cm

2

(1) *	(2) *
	(証明)
	(記号)

1, 2の計

受検番号 第 番

(切りはなしてはいけません。)

(ここには何も書いてはいけません。)

3

(1) *
ア
(2) *
(証明)

4

(1) *	(2) *
$k =$	直線 BC $y =$
$p =$	
(3) *	
(説明)	
答え	倍

5

(1) *	
(説明)	
答え AP =	cm
(2) *	(3) *
cm	$x =$

1, 2の計

得点 * 番

受検番号 第 番