令和４年度　本検査　学力検査

数　　学

問　題　用　紙

(注意事項)

1　始めの指示があるまでは，開いてはいけません。

2　答えは，全て解答用紙に書きなさい。

3　検査問題は，大問４題で，１ページから10ページまで印刷されています。
　検査開始後に，印刷のはっきりしないところや，ページが抜けているところがあれば，手を挙げなさい。

4　解答用紙だけ提出し，問題用紙は持ち帰りなさい。

1 次の(1)～(7)の問いに答えなさい。

(1) 次の①～③の計算をしなさい。

① $-2\times3+2$

② $6\left(\frac{2}{3}a-\frac{3}{2}b\right)-(a-3b)$

③ $(2\sqrt{3}-1)^2$

(2) 縦の長さが横の長さの2倍より3 cm長い長方形があるとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 横の長さをx cmとするとき，長方形の面積をxを使って表しなさい。

② 長方形の面積が7 cm^2であるとき，横の長さを求めなさい。

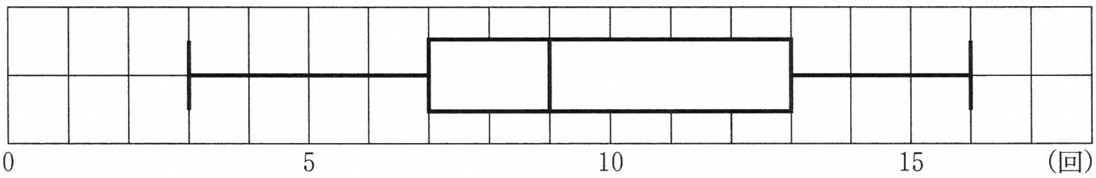
(3) A中学校では，体育祭の種目に長縄跳(と)びがある。全学年とも，連続して何回跳べるかを競(きそ)うものである。下の表は，1年生のあるクラスで長縄跳びの練習を行い，それぞれの回で連続して跳んだ回数を体育委員が記録したものである。

このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	6回目	7回目	8回目
記録(回)	3	11	7	12	14	7	9	16

① 1回目から8回目までの記録の中央値(メジアン)を求めなさい。

② 9回目の練習を行ったところ，記録はa回であった。下の図は，1回目から9回目までの記録を箱ひげ図に表したものである。このとき，9回目の記録として考えられるaの値をすべて求めなさい。



(4) 次の①，②の問いに答えなさい。

① 20以下の自然数のうち，素数は何個あるか，求めなさい。

② 大小2つのさいころを同時に1回投げ，大きいさいころの出た目の数をa，小さいさいころの出た目の数をbとする。

このとき，$2a + b$の値が素数となる確率を求めなさい。

ただし，さいころを投げるとき，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(5) x, yについての連立方程式

$$\begin{cases} -ax+3y=2 \\ 2bx+ay=-1 \end{cases}$$

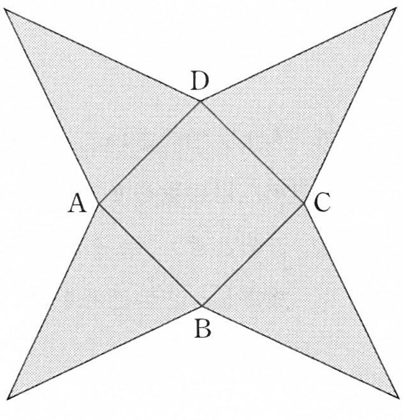
の解が$x=1$, $y=-1$であるとき，a, bの値を求めなさい。

(6) 次の①，②の問いに答えなさい。

① 円錐（えんすい）や角錐の底面の面積をS，高さをhとするとき，その体積Vは，$V=\frac{1}{3}Sh$で表される。この等式をhについて解きなさい。

② 下の図は，正四角錐の展開図である。正方形ABCDの対角線ACの長さは4 cmであり，この展開図を組み立ててできる正四角錐の体積を求めると，$\frac{32}{3}$ cm^{3}であった。

このとき，正四角錐の高さを求めなさい。

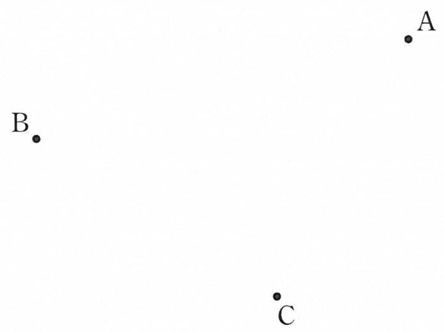


(7) 下の図のように，３点Ａ，Ｂ，Ｃがある。このとき，次の**条件**を満たす点Ｐを作図によって求めなさい。また，点Ｐの位置を示す文字Ｐも書きなさい。

ただし，三角定規の角を利用して直線をひくことはしないものとし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

条件

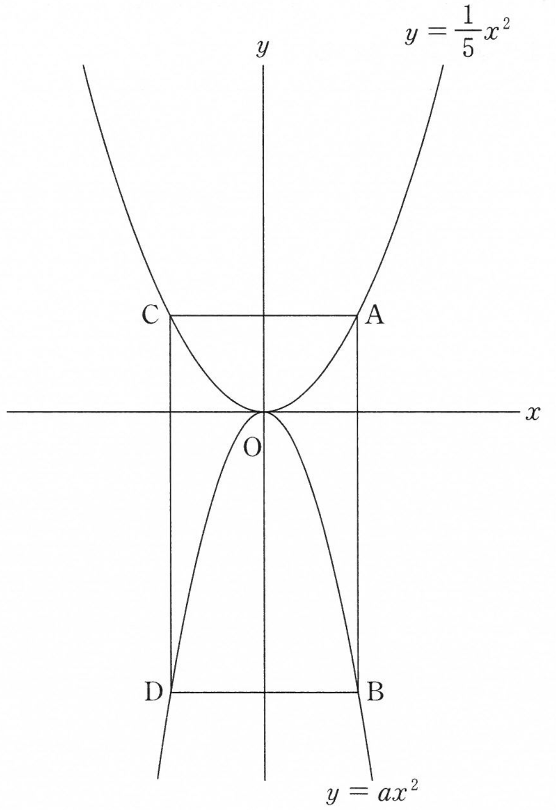
・点Ｐは，線分ACの中点と点Ｂを結ぶ直線上の点である。
・直線APと直線BPは垂直に交わる。



2 下の図のように，関数 $y = \dfrac{1}{5}x^2$ のグラフ上に点Aがあり，点Aを通り，y 軸に平行な直線と関数 $y = ax^2$ のグラフとの交点をBとする。点Aの x 座標は5で，点Bの y 座標は -15 である。また，2点A，Bと y 軸に関して対称な点をそれぞれC，Dとし，長方形ACDBをつくる。

このとき，次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

ただし，$a < 0$ とする。

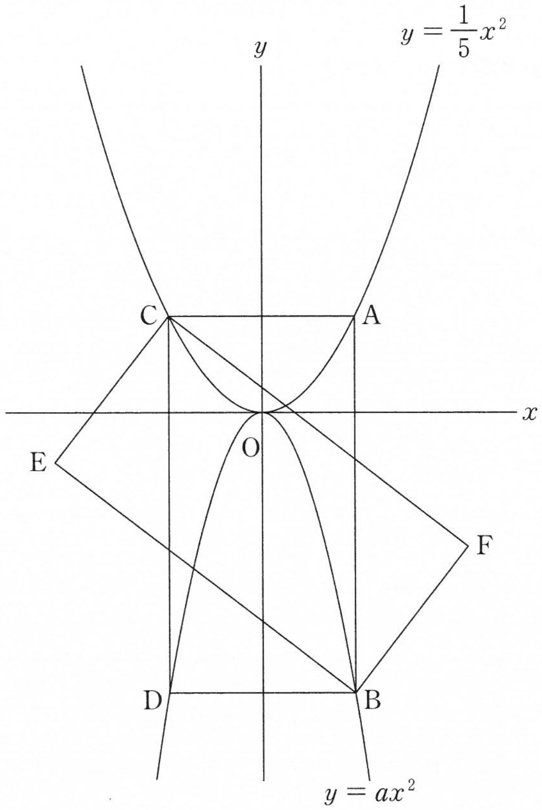


(1) a の値を求めなさい。

(2) 2点B，Cを通る直線の式を求めなさい。

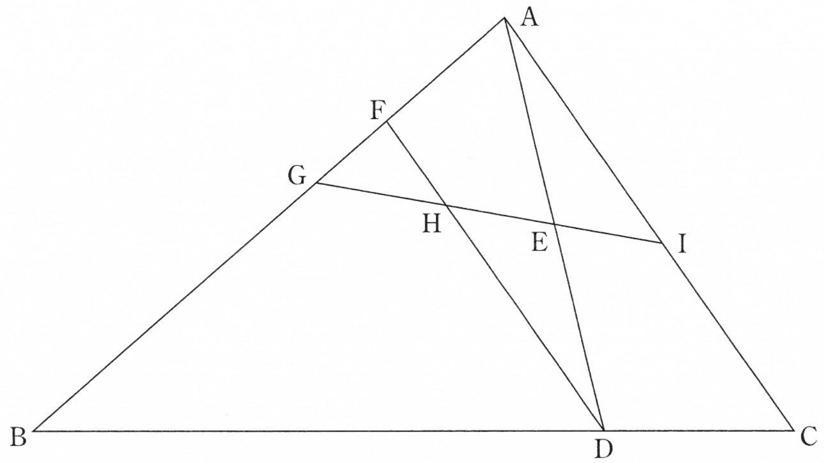
(3)　下の図のように，長方形 ACDB と合同な長方形 CEBF をかいた。

このとき，２点 E，F を通る直線の式を求めなさい。



3 下の図のように，△ABCがあり，辺BC上にBD：DC＝3：1となる点Dをとる。線分ADの中点をEとし，点Dを通り，辺ACに平行な直線と辺ABとの交点をFとする。また，線分BF上に2点B，Fとは異なる点Gをとり，直線GEと線分DF，辺ACとの交点をそれぞれH，Iとする。

このとき，次の(1)～(3)の問いに答えなさい。



(1) AI＝DHであることを下の［　　］にしたがって証明するとき，［(a)］，［(b)］に入る最も適当なものを，**選択肢**の**ア**～**エ**のうちからそれぞれ1つずつ選び，符号で答えなさい。また，［(c)］に入る最も適当なことばを書きなさい。

> AI＝DHであることを証明するには，［(a)］と［(b)］が［(c)］であることを証明すればよい。

選択肢

ア　△AEI　　**イ**　△ABD　　**ウ**　△AFD　　**エ**　△DEH

(2) (1)の $\boxed{}$ にしたがって，AI = DH であることを証明しなさい。

(3) GI // BC のとき，△AEI と四角形 BDHG の面積の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

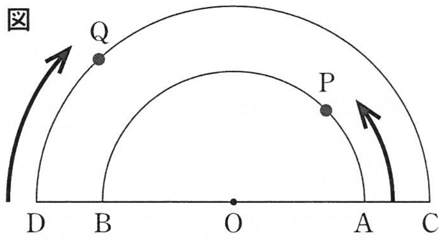
4 右の**図**のように，点 O を中心とし，線分 AB，CD を直径とする 2 つの半円がある。

点 P は A を，点 Q は D を同時に出発する。

A を出発した点 P は，$\overset{\frown}{AB}$ 上を一定の速さで移動し，$\rightarrow$ B $\rightarrow$ A $\rightarrow$ B $\rightarrow$ A $\rightarrow$……の動きをくり返す。

D を出発した点 Q は，$\overset{\frown}{CD}$ 上を一定の速さで移動し，$\rightarrow$ C $\rightarrow$ D $\rightarrow$ C $\rightarrow$ D $\rightarrow$……の動きをくり返す。

図

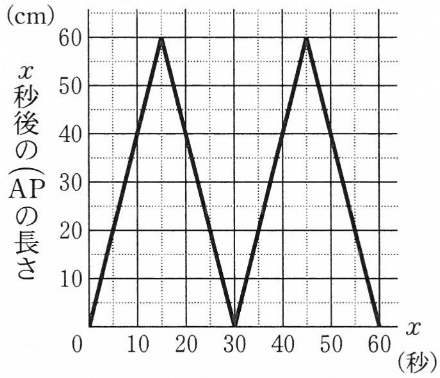


$\overset{\frown}{AB} = 60$ cm，$\overset{\frown}{CD} = 90$ cm，2 点 P，Q の移動する速さを，それぞれ秒速 4 cm，秒速 9 cm とするとき，次の**会話文**を読み，あとの(1)〜(5)の問いに答えなさい。

会話文

教師T：3 点 O，P，Q が，この順に一直線上に並ぶ場合について考えます。点 P が A を，点 Q が D を同時に出発してから x 秒後の 2 点 P，Q の位置関係を確認してみましょう。

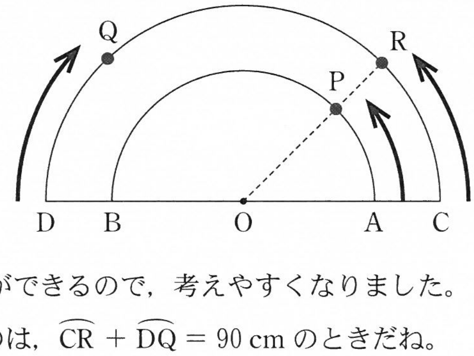
生徒X：点 P の動きについて考えてみます。
$\overset{\frown}{AB} = 60$ cm で，点 P の速さが秒速 4 cm だから，点 P が A を出発してから，B にはじめて到着するのは 15 秒後だとわかります。
点 P が出発してから，x と $\overset{\frown}{AP}$ の長さの関係をグラフに表すと，右のようになりました。



生徒Y：点 Q の動きについて考えてみると，
$\overset{\frown}{CD} = 90$ cm で，点 Q の速さが秒速 9 cm だから，点 Q が D を出発してから，C にはじめて到着するのは $\boxed{(a)}$ 秒後です。
$\overset{\frown}{DQ}$ の変化のようすをグラフに表すと何かわかるかな。

生徒X：$\overset{\frown}{AP}$ と $\overset{\frown}{DQ}$ の変化のようすがわかっても，点 P と点 Q は異なる円周上を動くから，3 点 O，P，Q が，この順に一直線上に並ぶ場合を考えるのは難しいですね。

教師T：右の図のように，直線 OP と $\overset{\frown}{CD}$ との交点を R とすると，点 P が $\overset{\frown}{AB}$ 上を移動する速さが秒速 4 cm だから，点 R が $\overset{\frown}{CD}$ 上を移動する速さは秒速 $\boxed{(b)}$ cm だと考えることができます。



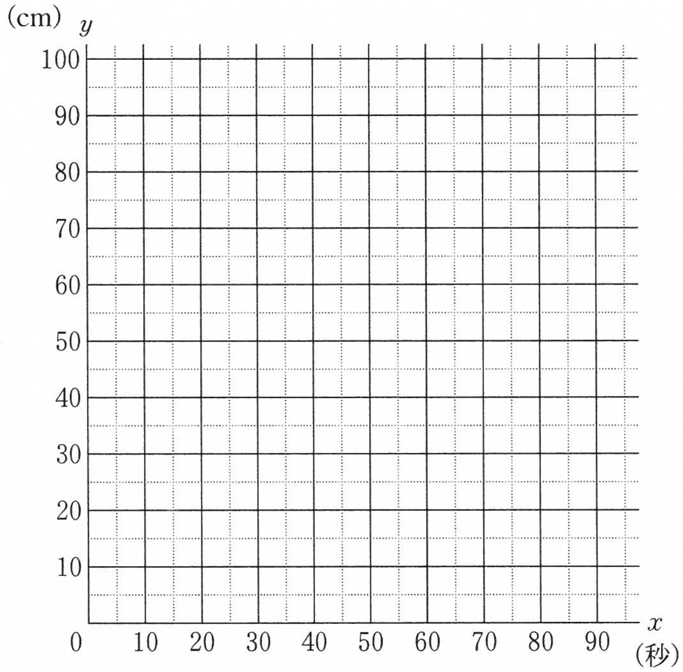
生徒Y：同じ $\overset{\frown}{CD}$ 上で，2 点 Q，R の動きをみることができるので，考えやすくなりました。
3 点 O，P，Q が，この順に一直線上に並ぶのは，$\overset{\frown}{CR} + \overset{\frown}{DQ} = 90$ cm のときだね。

生徒X：$\overset{\frown}{CR} = 90 - \overset{\frown}{DQ} = \overset{\frown}{CQ}$ だから，$\overset{\frown}{CQ} = \overset{\frown}{CR}$ のときとも考えられますね。まず，$\overset{\frown}{CQ}$ の変化のようすを調べてみます。点 Q が D を出発してから x 秒後の $\overset{\frown}{CQ}$ の長さを y cm とすると，点 Q が C にはじめて到着するまでの x と y の関係を表す式は，$y = 90 - 9x$ になります。

(1) **会話文**中の(a), (b)にあてはまる数として最も適当なものを，次の**ア**～**カ**のうちからそれぞれ1つずつ選び，符号で答えなさい。

ア 4　　**イ** 6　　**ウ** 8　　**エ** 10　　**オ** 12　　**カ** 14

(2) 点QがDを出発してからx秒後の$\overset{\frown}{\mathrm{CQ}}$の長さを$y$ cmとする。$0 \leqq x \leqq 30$のときのxとyの関係を表すグラフをかきなさい。



(3) 点PがAを，点QがDを同時に出発してから，3点O，P，Qが，はじめてこの順に一直線上に並ぶのは何秒後か，求めなさい。

(4) 点PがAを，点QがDを同時に出発してから，点PがAに，点QがDにはじめて同時に到着した。2点P，Qが同時に出発してからこのときまでに，3点O，P，Qが，この順に一直線上に並ぶのは何回あったか，求めなさい。

(5) 点PがAを，点QがDを同時に出発してから，144秒後の∠POQの大きさを求めなさい。